

Petr JANAS¹, Martin KREJSA², Vlastimil KREJSA

VÝVOJ METODY PDPV A JEJÍ UPLATNĚNÍ V PRAVDĚPODOBNOSTNÍCH ÚLOHÁCH

Abstract

The Direct Determined Fully Probabilistic Method (DDFPM) was developed as an alternative to Monte Carlo simulation procedure in case of probabilistic reliability assessment and was already presented by authors e.g. in the ASRANet 2006 and 2008 ([1] and [8]). Random input variables (e.g. loading, geometry, material properties or imperfections) are characterized by histograms which can be expressed by both non parametric histograms as well as continuous parametric distribution. A number of possible combinations of all random input parameters is equal to a product of a number of intervals in histogram of each involved random variable. This number of combinations may be high in case of large number of input variables leading to extreme number of combinations that cause high computer demand in case of DDFPM. Numeric algorithms are implemented in the ProbCalc program.

1 ÚVOD

Metoda Přímého Determinovaného Pravděpodobnostního Výpočtu (dále PDPV) byla původně vyvíjena jako alternativa aplikace metody Monte Carlo v pravděpodobnostních výpočtech při posuzování spolehlivosti konstrukcí. Vstupní náhodné veličiny (zatížení, geometrické a materiálové charakteristiky, imperfekce ad.) jsou při výpočtech vyjádřeny useknutými histogramy s parametrickým či neparametrickým rozdělením pravděpodobnosti a lze je vytvořit ze souborů dat získaných měřeními či pozorováními (např. [5]). Při pravděpodobnostních výpočtech dochází k vzájemnému kombinování všech vstupních náhodných veličin (teoretická podstata PDPV byla podrobně rozpracovaná v [1] a [2]). Počet možných kombinací je roven součinu tříd (intervalů) všech vstupních proměnných a u většího množství vstupních náhodných veličin je dosti značný. Tato skutečnost je v případě výpočtu pravděpodobnosti poruchy metodou PDPV příčinou zbytečné časové náročnosti, berou-li s v úvahu např. i kombinace, které se na vzniku poruchy nepodílejí ([10]). Za účelem snížení počtu výpočetních operací byly vyvinuty algoritmy, které vedou k numerickému řešení integrálu formálně definujícího pravděpodobnost poruchy při větším počtu náhodných proměnných:

$$p_f = \int_{D_f} f(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1, dX_2, \dots, dX_n, \quad (1)$$

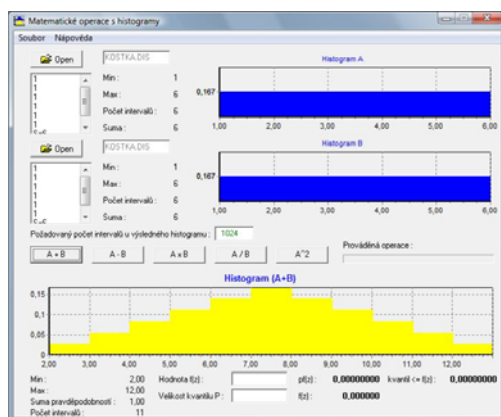
kde D_f představuje funkci sdružené hustoty pravděpodobnosti náhodných veličin v oblasti poruchy, kde je funkce spolehlivosti $g(X) \leq 0$. Uvedené algoritmy byly postupně implementovány do výpočetního systému ProbCalc ([9]), který je vyvíjen od roku 2004. Uvedený příspěvek by rád zmapoval jeho vývoj, zaměřil se na jeho současné výpočetní možnosti a zdůraznil možné cesty jeho dalšího rozvoje.

¹ Doc. Ing. Petr Janas, CSc., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Poděště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 308, e-mail: petr.janas@vsb.cz.

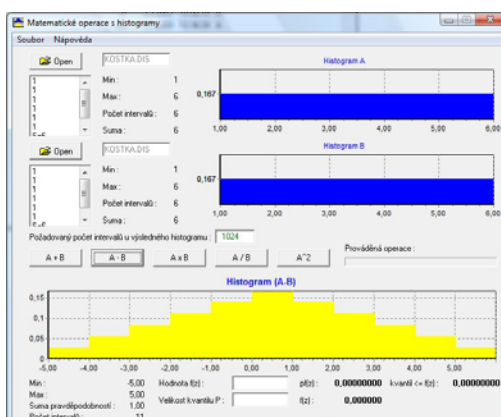
² Ing. Martin Krejsa, Ph.D., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Poděště 1875, Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 303, e-mail: mar-tin.krejsa@vsb.cz.

2 APLIKACE, PŘEDCHÁZEJÍCÍ PROGRAMOVÉMU SYSTÉMU PROBCALC

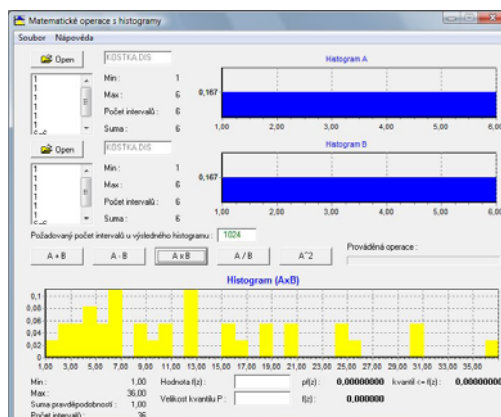
První zárodky metody PDPV se začaly rodit na přelomu let 2002 a 2003, kdy se autoři snažili nahradit simulační techniku Monte Carlo využívající generátor pseudonáhodných čísel (např. metoda SBRA, [19]) přímým numerickým řešením, které při sestavování vhodného algoritmu výpočtu vychází čistě z principů matematické teorie pravděpodobnosti a statistiky.



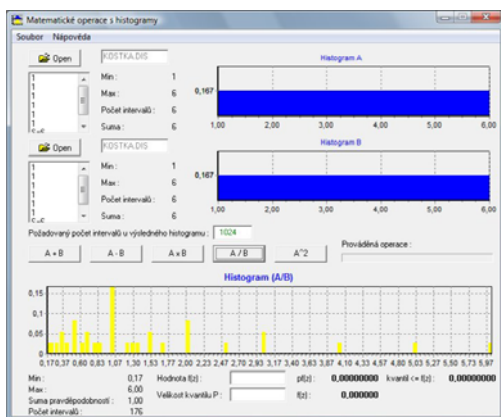
Obr. 1: Výpočet rozdělení pravděpodobnosti součtu čísel, která budou vržena ve dvou po sobě jdoucích hodech kostkou



Obr. 2: Výpočet rozdělení pravděpodobnosti rozdílu čísel, která budou vržena ve dvou po sobě jdoucích hodech kostkou

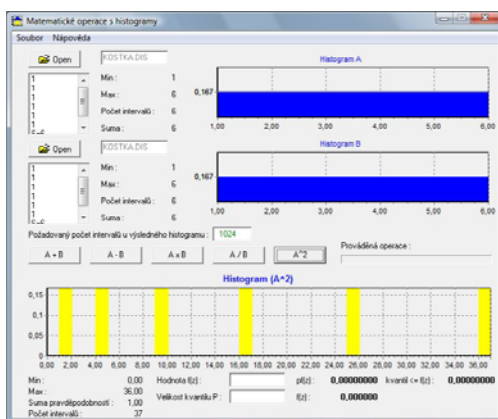


Obr. 3: Výpočet rozdělení pravděpodobnosti součinu čísel, která budou vržena ve dvou po sobě jdoucích hodech kostkou



Obr. 4: Výpočet rozdělení pravděpodobnosti podílu čísel, která budou vržena ve dvou po sobě jdoucích hodech kostkou

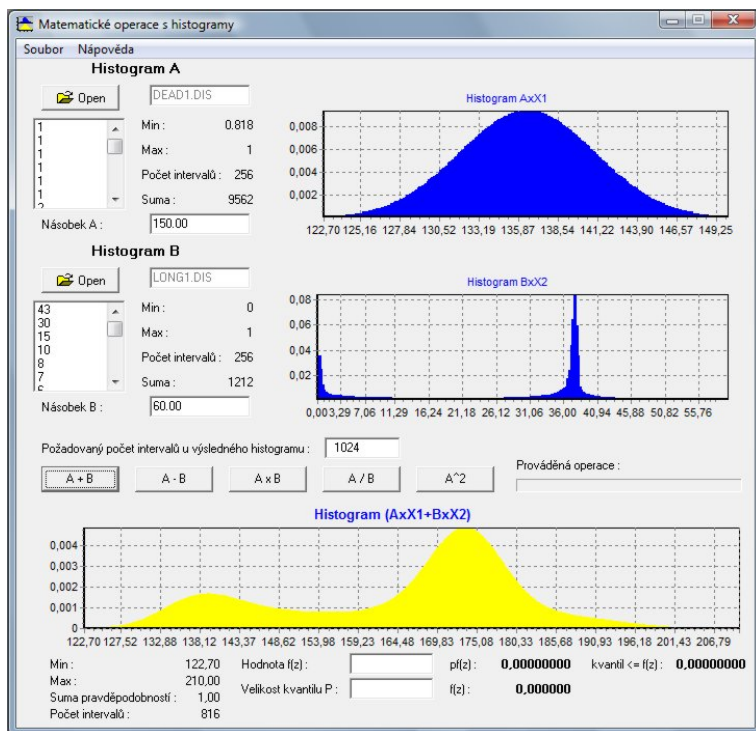
Jako optimální příklad pro demonstraci fungování navrženého algoritmu posloužil elementární náhodný experiment hodu hrací kostkou, jež se v literatuře často využívá k demonstračním účelům. Lze při něm totiž jednoznačně stanovit prvky základního prostoru tohoto náhodného experimentu, které tvoří elementární náhodné jevy E_1 (padne číslo 1, $E_1=\{1\}$), E_2 (padne číslo 2, $E_2=\{2\}$), E_3 (padne číslo 3, $E_3=\{3\}$), E_4 (padne číslo 4, $E_4=\{4\}$), E_5 (padne číslo 5, $E_5=\{5\}$) a E_6 (padne číslo 6, $E_6=\{6\}$). Výsledky tohoto náhodného pokusu tedy představují náhodné jevy E_1 až E_6 , u nichž lze zavést i některé číselné funkce jako je např. pravděpodobnost jejich výskytu. S jejich využitím je pak možno s prvky základního prostoru provádět i jednoduché matematické výpočty, jako jsou např. základní aritmetické operace jejich součtu, rozdílu, součinu, podílu či druhé mocniny. Výsledná rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých aritmetických úkonů pak lze získat fundamentálním ručním výpočtem, lze jej i jednoduše aplikovat v některém z dostupných vývojářských prostředí, např. v Borland Delphi, a získat tak histogram pravděpodobnosti výsledku dané matematické operace (obr.1 až 5).



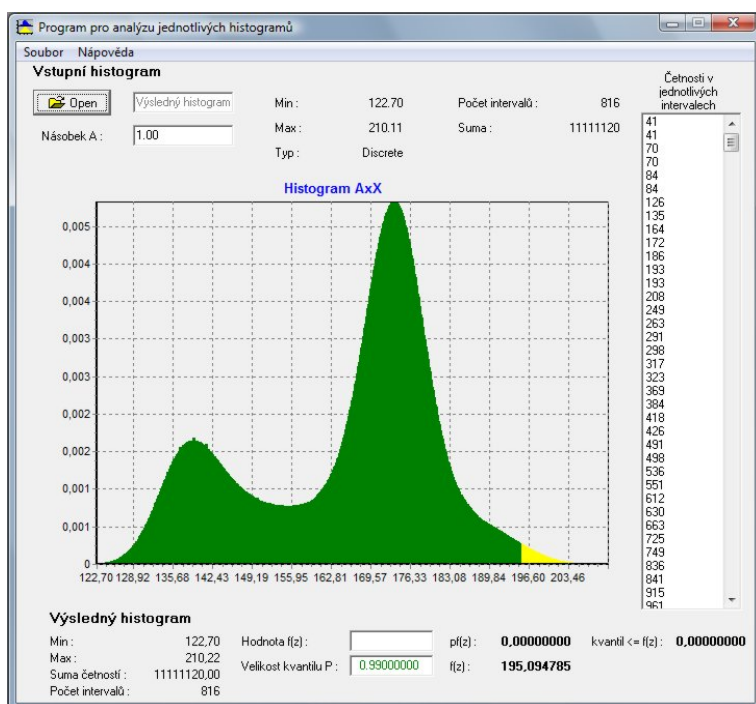
Obr. 5: Výpočet rozdělení pravděpodobnosti druhé mocniny čísla vrženého v 1 hodu kostkou

2.1 Kombinace zatížení

Program, jehož pracovní plocha je zobrazena na obr.1 až 5, slouží pro jednoduché operace se dvěma histogramy. Byl postupně zdokonalován a dnes je k dispozici pod označením HistOp (operace s histogramy, viz kap.3.2). S jeho využitím lze tedy pracovat s jakýmkoliv histogramy, tedy např. s dvojicí stálého a dlouhodobého nahodilého zatížení (obr.6). Zde se objevuje další úprava výpočtového algoritmu, kdy oba zadané histogramy (trvání daného zatížení v čase – rozmezí 0..1) jsou nejprve vynásobeny extrémní hodnotou daného zatížení. U vypočteného histogramu pak lze provádět detailnější analýzu – např. stanovení hodnoty výsledné veličiny, která odpovídá zadanému kvantilu (obr.7). V případě stanoveného 95% kvantilu u kombinace obou zatížení tak lze získat velikost zatížení, které bude překročeno pouze v 5% všech možných případech. Program, který jehož pracovní plocha je zobrazena na obr.7 byl v průběhu let 2003 až 2008 dále vyvíjen a dnes je rozšířen pod označením HistAn (analýza histogramu, viz kap.3.1).



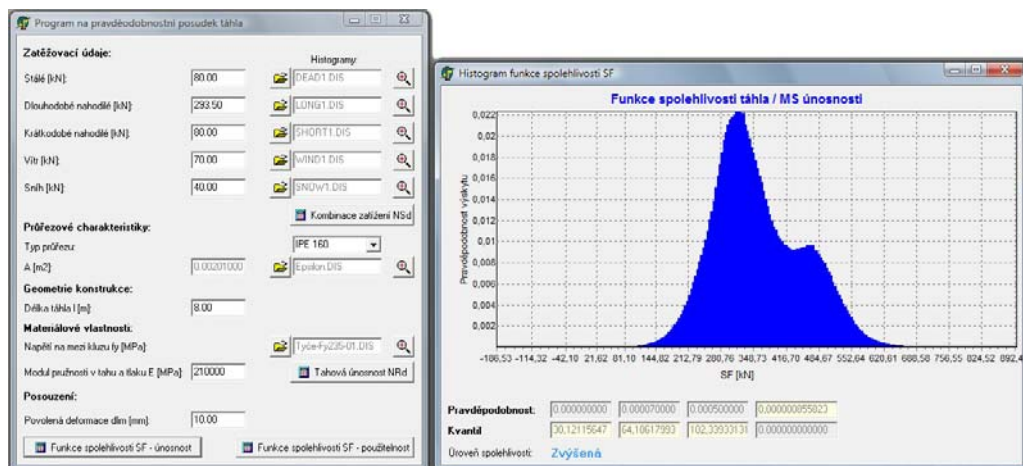
Obr. 6: Histogram vzniklý kombinací stálého a dlouhodobého nahodilého zatížení



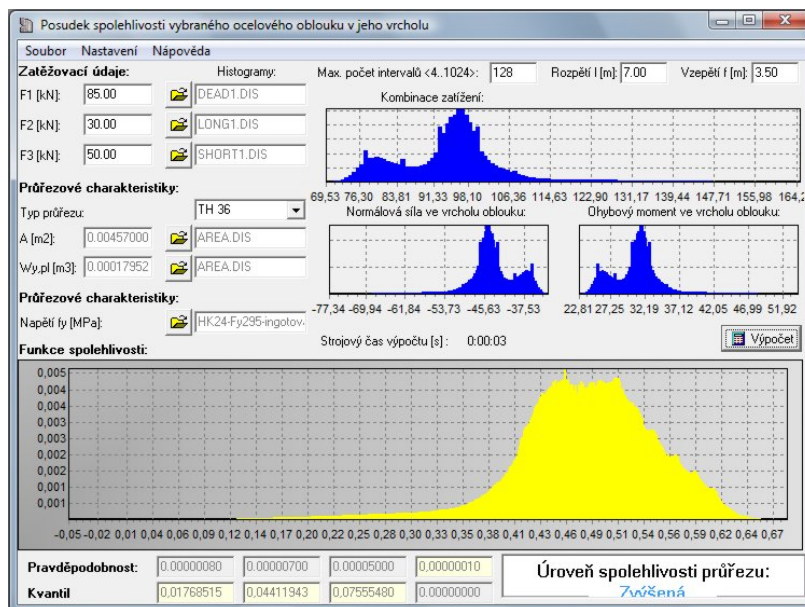
Obr. 7: Detailní analýza vypočteného histogramu – stanovení 95% kvantilu kombinace stálého a dlouhodobého nahodilého zatížení

2.2 Posudek spolehlivosti průřezu

Výše uvedené postupy pro matematické operace s histogramy byly rovněž aplikovány při posudku spolehlivosti průřezu. Na obr.8 je zobrazena pracovní plocha programu pro posudek spolehlivosti táhla, jehož funkce spolehlivosti je uvedena v pravé části obrázku. Ukázka aplikace pro posuzování spolehlivosti kritického průřezu oboustranně vetknutého parabolického oblouku, zatíženého ve vrcholu soustavou tří svislých osamělých břemen je pak zobrazen na obr.9. V těchto případech se metoda PDPV ukázala jako velice jednoduše aplikovatelná a efektivní, neboť v těchto jednoduchých pravděpodobnostních výpočtech dosahoval strojový čas výpočtu v porovnání s metodou Monte Carlo minimálních hodnot (blíže viz jedny z prvních publikací, zabývajících se PDPV – [17] a [18]).



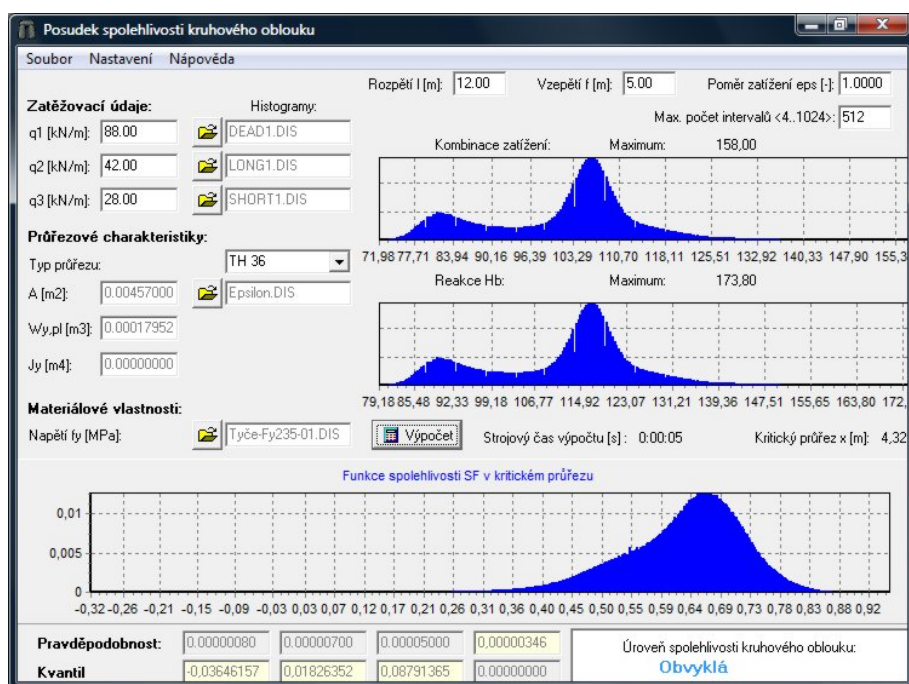
Obr. 8: Posudek spolehlivosti osově namáhaného průřezu



Obr. 9: Posudek průřezu namáhaného ohybem a prostým tlakem – ve vrcholu oblouku parabolického oblouku

2.3 Posudek spolehlivosti systému

Pravděpodobnostní výpočty složitějších úloh se ukázaly být náročné technicky i časově. Rozhodujícím faktorem je zejména počet náhodných proměnných vstupujících do úlohy a počty zvolených intervalů (tříd) každé náhodné proměnné. Pro zkoumané úlohy byl počet proměnných vždy jednoznačně stanoven, přičemž počet intervalů (tříd) každé proměnné zůstal volitelný. Tato hodnota by měla být zvolena s ohledem na zvládnutelnou dobu výpočtu. Za předpokladu, že přesnost výpočtu s počtem intervalů roste, pak lze stanovit optimální hodnotu počtu intervalů, která by již neměla mít významný vliv na výsledek. Tyto závěry byly publikovány např. v [16] a poprvé se zde hovoří o optimalizaci pravděpodobnostního výpočtu. Pro demonstrování uvedených závěrů tehdy posloužil příklad posudku spolehlivosti kruhového dvoukloubového oblouku, zatíženého rovnoměrným spojitým vodorovným i svislým zatížením, kdy byl poprvé proveden posudek konstrukce jako systému (viz obr.10). Účinek zatížení v posuzovaném kritickém průřezu N_{Sd} , M_{Sd} byl stanoven silovou metodou s použitím numerické integrace bez uvažování vlivu normálových sil. Metoda PDPV se ukázala velice efektivní i ve spojení s metodami numerické matematiky, používaných v úlohách stavební mechaniky.

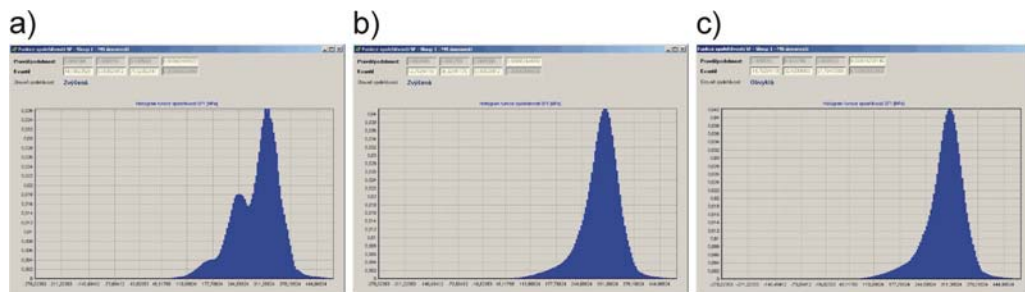


Obr. 10: Posudek kruhového oblouku jako systému

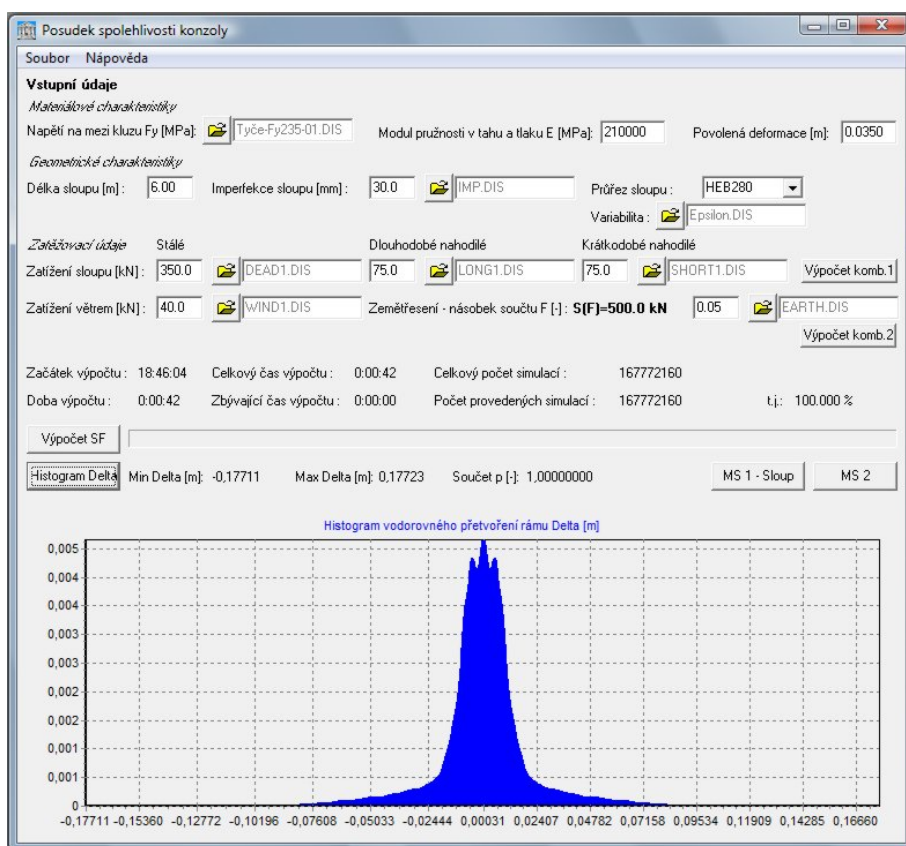
2.4 Úlohy s velkým počtem vstupních náhodných veličin

Detailní zpracování možných postupů snižujících časovou náročnost bylo provedeno nejprve v případě posudku spolehlivosti 1x staticky neurčeného rámu z [12] a [13], jež sestával z 25 vstupních náhodných veličin (zatížení, materiálové a průřezové charakteristiky, počáteční imperfekce). Významným faktorem se ukázalo být zejména snižování intervalů (tříd) histogramů vstupních veličin, jež dalo základ tzv. intervalové optimalizaci. Dalším efektivním krokem se stalo tzv. grupování vstupních a výstupních veličin, které mohou ve výpočtu figurovat společně a lze pro ně zpracovat společný histogram (využívá se komutativní a asociativní zákon při operacích s náhodnými vstupními veličinami, nelze použít zákon distributivní). Ukázka z obr.11 ukazuje histogram funkce spolehlivosti

pro mezní stav únosnosti v kritickém průřezu sloupu. Je zde zřejmý vliv počtu intervalů (tříd) grupy, kterou tvoří kombinace bočních účinků zatížení větrem a zemětřesením.



Obr. 11: Posudek rámu s mnoha nahodilými vstupními veličinami - histogram funkce spolehlivosti ve vetknutí sloupu 1 při posudku dle mezního stavu únosnosti. Použity histogramy pro zatížení větrem a zemětřesení a) s 9 intervaly, b) s 52 intervaly, c) s 256 intervaly.



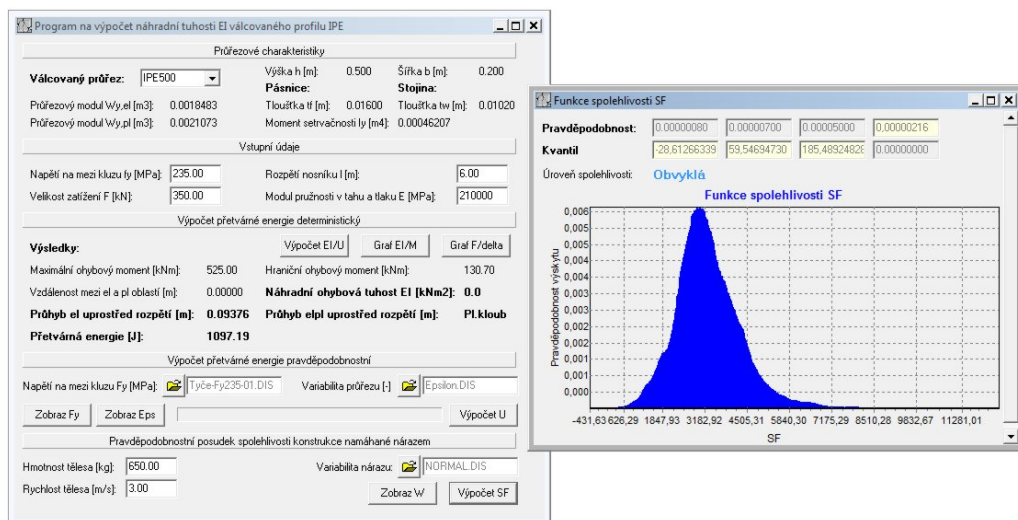
Obr. 12: Posudek konzoly s osmi nahodilými vstupními veličinami - histogram vodorovného přetvoření. Aplikace prohloubila znalosti o vlivu počtu intervalů na strojový čas výpočtu při zachování korektnosti řešení a položila základ tzv. intervalové optimalizaci.

V případě posudku spolehlivosti konzoly z [10] došlo kromě zdokonalení intervalové optimalizace rovněž v ukázce další možnosti zrychlení pravděpodobnostního výpočtu. Hovoří se o tzv. Zónové optimalizaci, jejíž podstatou je omezení pravděpodobnostního výpočtu pouze na intervaly (tří-

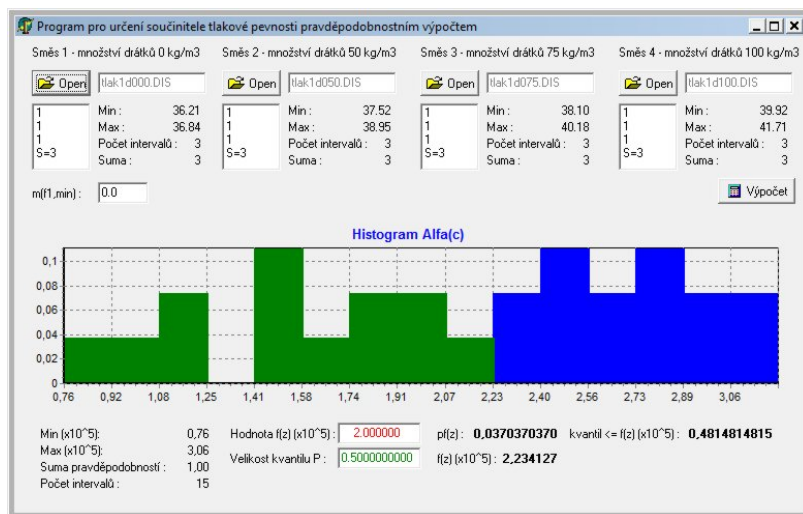
dy) vstupních veličin, které se na výsledné pravděpodobnosti poruchy podílejí. Redukce těchto intervalů účinně vede k dalšímu snížení počtu intervalů, kdy přesnost výpočtu je zcela zachována. V příspěvku [10] bylo rovněž provedeno srovnání přesnosti výpočtů dostupnými pravděpodobnostními metodami i jejich efektivity – strojového času.

2.5 Speciální aplikace

Vedle studií, jež vedly k prohloubení znalosti optimálního mechanismu fungování metody PDPV byla vyvinuta řada aplikací se speciálním uplatněním. Vedle pravděpodobnostního posudku konstrukce vystavené nárazu s využitím pružno-plastického chování materiálu (obr. 13, [15]) se jedná i o studii stanovení materiálových charakteristik drátkobetonu s využitím naměřených hodnot (obr. 14, [14]).

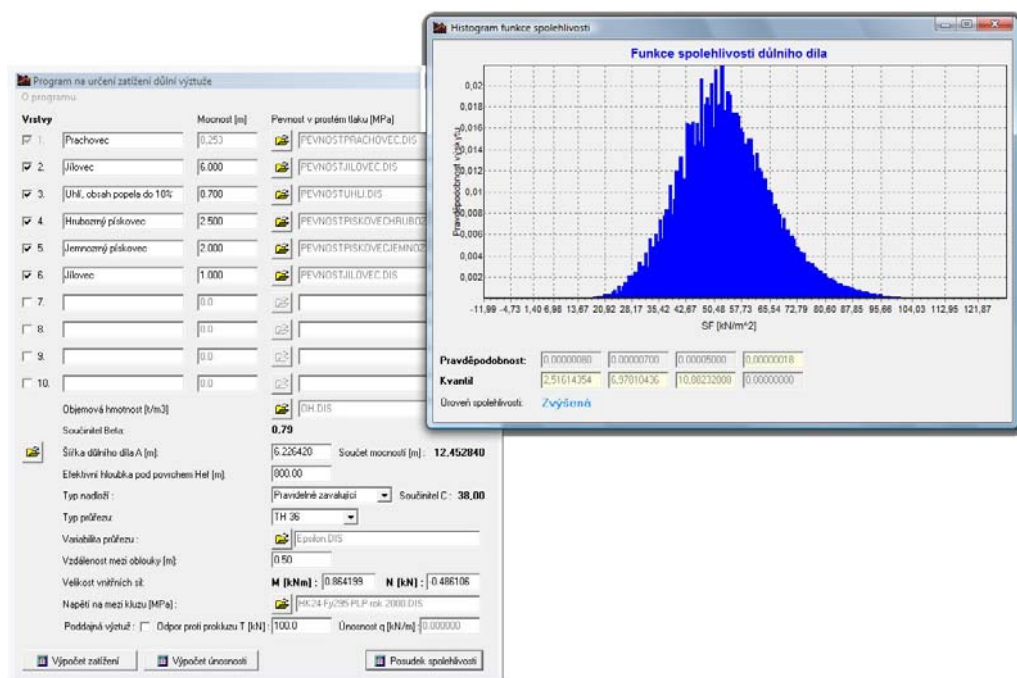


Obr. 13: Posudek spolehlivosti jednoduché nosné konstrukce vystavené nárazu



Obr. 14: Aplikace PDPV při stanovení materiálových charakteristik drátkobetonu s využitím naměřených hodnot

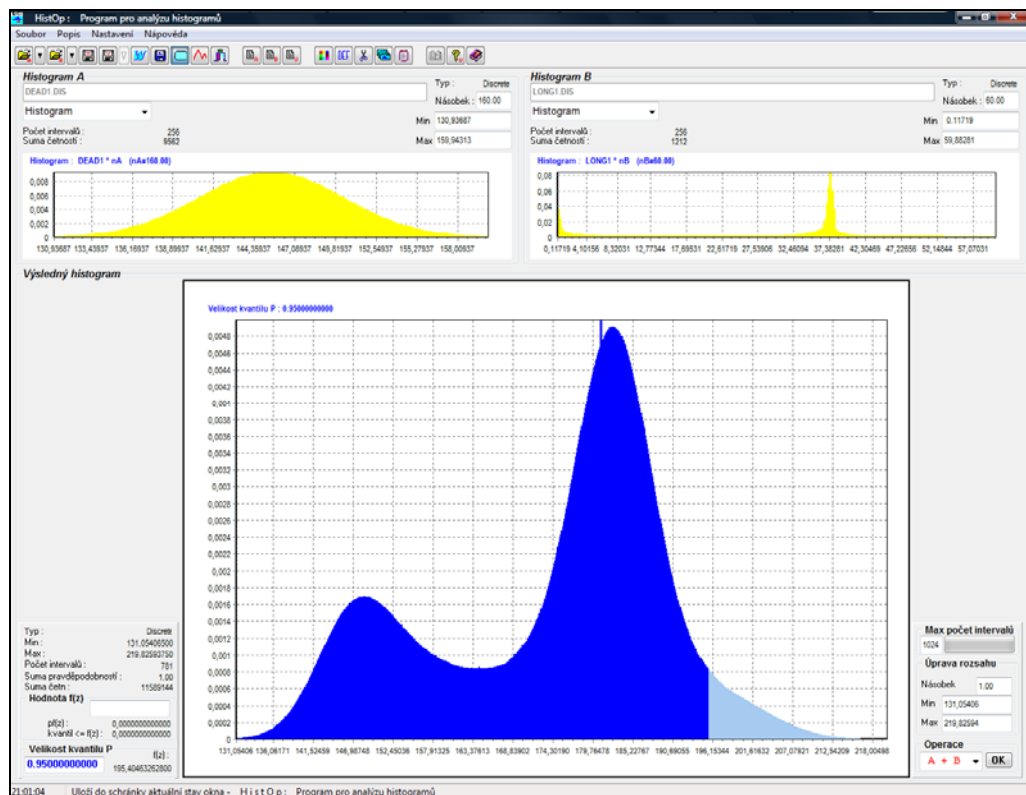
V práci [11] se pak prohlubuje problematika uplatnění pravděpodobnostních metod v geomechanice, kdy byl nejprve proveden pravděpodobnostní posudek nepoddajné důlní obloukové výztuže. U poddajné důlní obloukové výztuže je posudek složitější, neboť únosnost je u ní dána nejen dosažením mezního stavu ve výztuži, ale také odporem proti prokluzu, který její únosnost limituje, což bylo v aplikaci metody PDPV zohledněno. Pravděpodobnostní posudek obou typů obloukové výztuže pak byl proveden pro konkrétně stanovené horninové poměry nad důlním dílem (obr.15).



Obr. 15: Posudek spolehlivosti důlní obloukové výztuže

3.2 Program HistOp

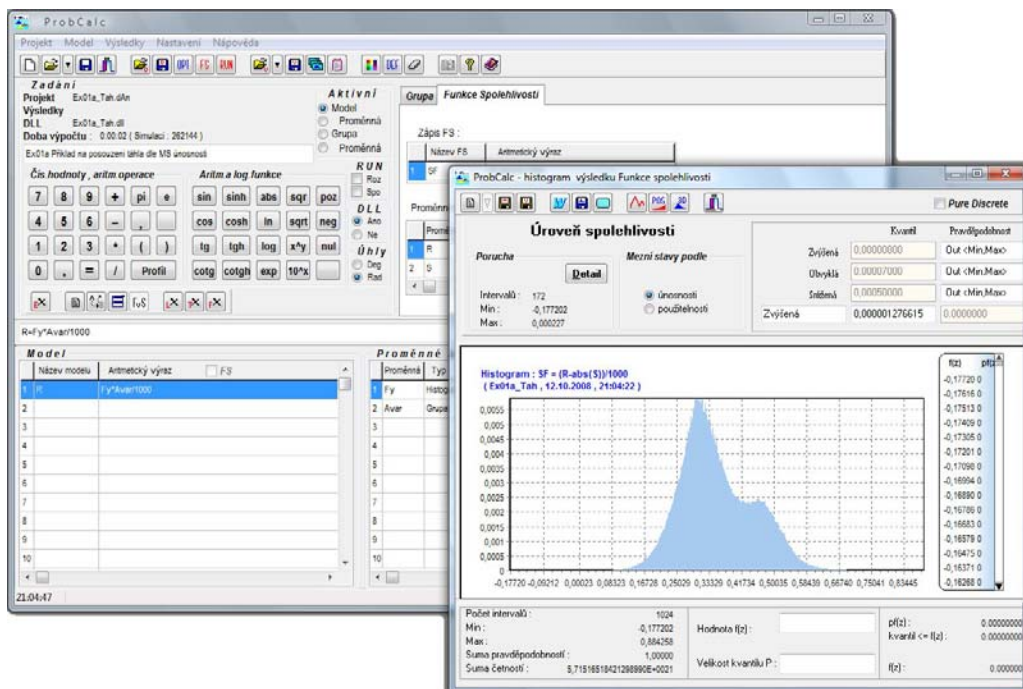
S histogramy je možno provádět základní matematické operace. Např. v případě kombinování zatížení se z těchto matematických úkonů využívá zejména sčítání histogramů jednotlivých typů zatížení (kap.2.1). Pro provádění základních aritmetických operací s histogramy byl vytvořen programový prostředek HistOp (viz obr.17), který umožňuje s dvojicí histogramů provádět následující aritmetické operace: součet, rozdíl, součin a podíl obou histogramů, druhou mocninu a absolutní hodnotu prvního z histogramů.



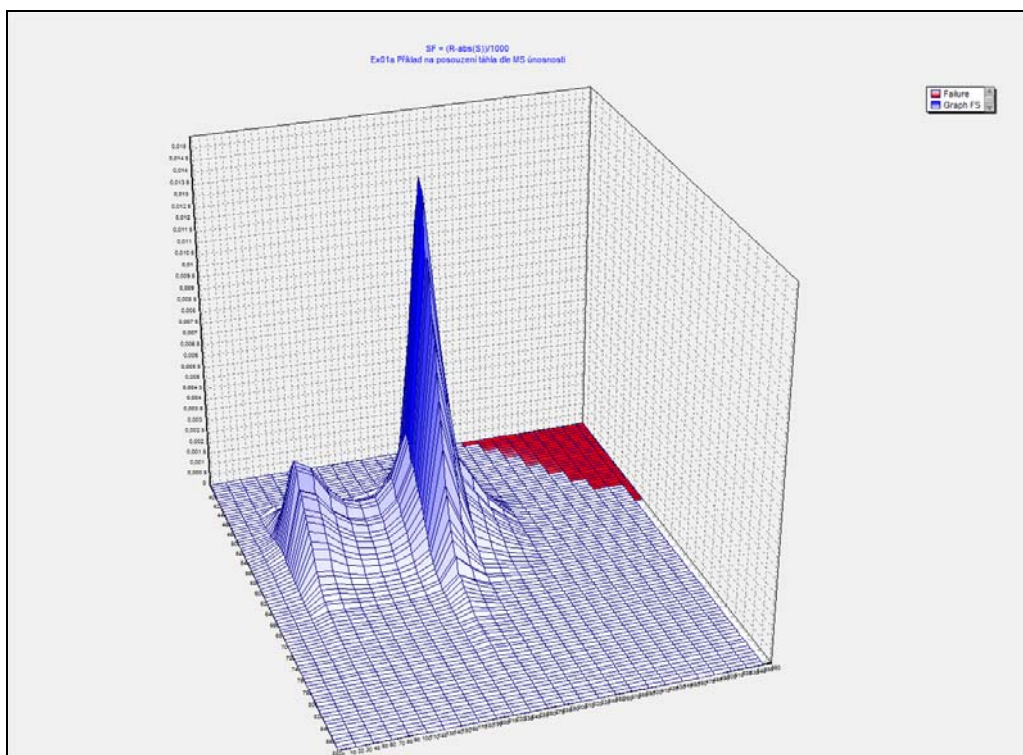
Obr. 17: Pracovní plocha programu HistOp

3.3 Program ProbCalc

V běžné projekční praxi je však s histogramy potřebné provádět daleko složitější operace. Principiálně se však jedná stále o tytéž výpočetní postupy, jde jen o vytvoření účinného výpočetního nástroje, kde by uživatel byl schopen zadat výpočtový model – např. v textové podobě. Z tohoto důvodu byl vyvinut program ProbCalc (viz obr.18), který umožňuje provádět zejména zadání matematického modelu v textové podobě formou tzv. kalkulačky, ale zároveň i formou dynamické knihovny (DLL soubor), která umožňuje definování podstatně rozsáhlejšího výpočetního modelu a také rychlejší výpočet. K zajímavostem programu patří mj. i možnost 3D zobrazení analyzované funkce spolehlivosti (obr.19).



Obr. 18: Pracovní plocha programu ProbCalc



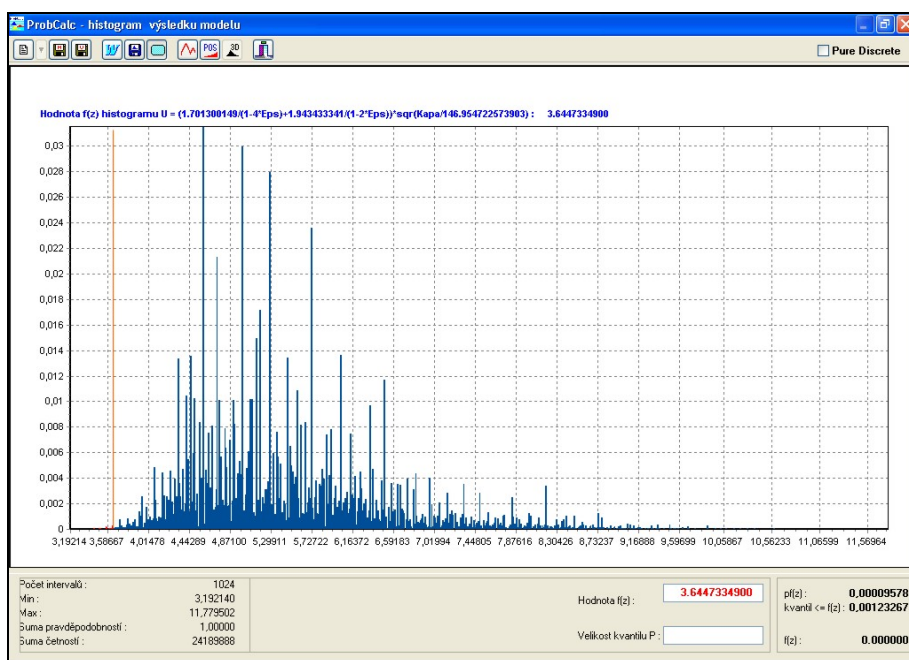
Obr. 19: 3D zobrazení funkce spolehlivosti v programu ProbCalc

V programu ProbCalc byly implementovány všechny možnosti předchozích programových prostředků. Pozornost byla věnována zejména tzv. optimalizačním krokům (intervalová, zónová a tzv.trendová, kdy se sleduje trend vlivu dané vstupní veličiny na výslednou pravděpodobnost poruchy), které umožňují výrazné snížení tzv. simulačních kroků a tudíž i strojového času výpočtu. Počet operací v PDPV je při větším počtu vstupních náhodných veličin a při uvážení všech možných kombinací dosti značný. Dalším ze způsobů snížení časové náročnosti řešených pravděpodobnostních úloh je také jejich paralelizace. Výpočetní operace probíhající při řešení složitějších úloh (např.[20]) metodou PDPV lze totiž snadno upravit tak, aby probíhaly paralelně, což bylo rovněž implementováno do programu ProbCalc. Má-li využívaný počítač dva případně více procesorů, pak lze tímto způsobem dobu výpočtu podstatně zkrátit.

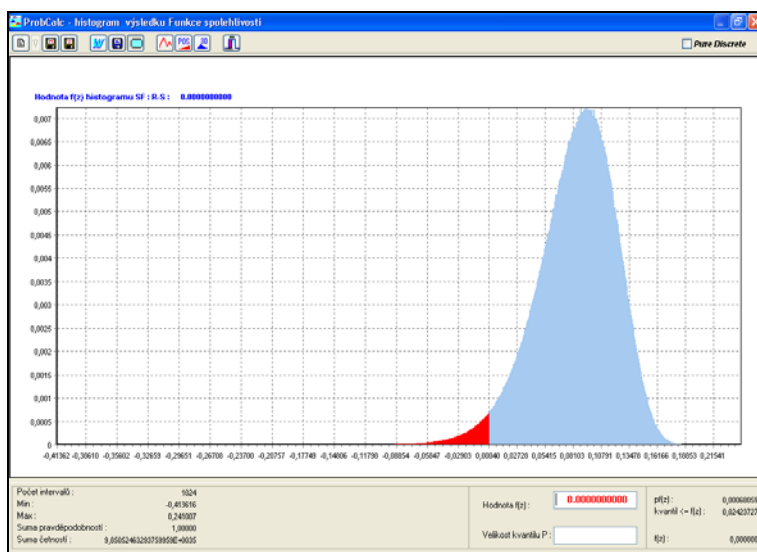
Při posuzování spolehlivosti konstrukcí některými pravděpodobnostními metodami (např. SBRA, PDPV) vstupují do výpočtu většinou nezávislé náhodné veličiny. Některé vstupní veličiny jsou však zcela statisticky závislé - například průřezové charakteristiky nebo částečně také pevnostní a přetvárné charakteristiky materiálů. Proměnlivé a statisticky závislé veličiny pak lze ve výpočtech metodou PDPV zadávat pomocí nezávislých veličin zadaných např. formou histogramů. Tato problematika pro průřezové charakteristiky byla řešena např. v [7], kde je uveden způsob zadávání průřezových charakteristik pomocí nezávislých histogramů, což bylo aplikováno na příkladech i s porovnáním s jinými zjednodušenými postupy zadávání průřezových charakteristik.

3.4 Využití programu ProbCalc pro speciální výpočty

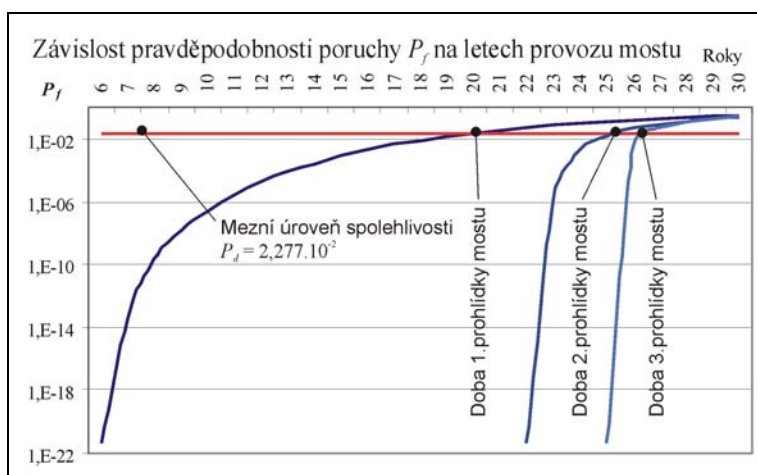
Programový systém ProbCalc umožňuje bohaté uplatnění v technické praxi. Problematika pravděpodobnostních geomechanických výpočtů byla rozšířena v [6], kdy na základě studia chování ocelové obloukové výztuže při aktivním zatížení s přihlédnutím k jejím prokluzovým vlastnostem byla stanovena přetvárné energie pravděpodobnostním způsobem (obr.20).



Obr. 20: Histogram přetvárné energie pro rovnocenný poměr bočního a svislého zatížení



Obr. 21: Histogram funkce spolehlivosti G_{fail} po 20 letech provozu mostu



Obr. 22: Závislost pravděpodobnosti poruchy P_f na letech provozu mostu a stanovení doby prohlídek mostu

V [3] a [4] byla detailně zpracovaná metodika pravděpodobnostního posuzování mostní konstrukce namáhané únavovými jevy. Na základě pravděpodobnostního výpočtu metodou PDPV pak lze stanovit pravděpodobnosti pro základní jevy, související s růstem únavové trhliny v mostní konstrukci, které mohou nastat v libovolném čase t životnosti konstrukce. Tyto pravděpodobnosti jsou výchozím podkladem pro určení dalších prohlídek mostu s využitím podmíněné pravděpodobnosti, kdy na základě analýzy funkce spolehlivosti pro každý rok provozu mostní konstrukce (např. obr. 21) jsou stanoveny časy prohlídek (obr. 22).

4 DALŠÍ VÝVOJ METODY PDPV, ZÁVĚRY

V příspěvku bylo poukázáno na vývoj metody PDPV ve spojení s vyvíjenými programovými prostředky, které jsou již v současné době schopny řešit řadu pravděpodobnostních výpočtů. Do vyví-

jeného SW byla implementována řada optimalizačních postupů, které do značné míry pracují nezávisle na uživateli. Tyto kroky mají za cíl minimalizovat dobu výpočtu, neboť zmiňovaný algoritmus má jistá omezení daná zejména náročností rozsáhlých úloh, kdy počet simulací je velmi vysoký. V reálném čase lze při aplikaci PPDV určit pravděpodobnost poruchy při zachování korektnosti a dostatečné přesnosti řešení i u relativně náročných pravděpodobnostních úloh.

OZNÁMENÍ

Odlehčené verze programů HistAn, HistOp a ProbCalc jsou společně s uvedenými publikacemi k dispozici ke stažení na internetové adrese <http://www.fast.vsb.cz/pdpv>.

PODĚKOVÁNÍ

Příspěvek byl realizován za finančního přispění Grantové agentury ČR, projekt 105/07/1265, a Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, projekt 1M0579, v rámci činnosti Centra integrovaného navrhování progresivních stavebních konstrukcí CIDEAS.

LITERATURA

- [1] Janas, P. - Krejsa, M. - Krejsa, V.: Current Possibilities of Direct Determined Fully Probabilistic Method (DDPFM). In *4th International ASRANet Colloquium*. Athens, Greece, 25.-27.6.2008. ISBN 978-0-9553550-2-8 (In English).
- [2] Janas, P.: Výpočet pravděpodobnosti poruchy metodou PDPV – teorie. In *Modelování v mechanice 2008*. Ostrava, 2008. pp 3-4 a text na CD (12 p). ISBN 978-80-248-1705-7 (In Czech).
- [3] Tomica, V. - Krejsa, M.: Možnost pravděpodobnostního výpočtu únavové trhliny metodou PDPV. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava*. Řada stavební, číslo 1, rok 2007, ročník VII. pp.211-220. ISSN 1213-1962 ; ISBN 978-80-248-1661-6 (In Czech).
- [4] Tomica, V. - Krejsa, M.: Optimal Safety Level of Acceptable Fatigue Crack. In *5th International Probabilistic Workshop*. Ghent, Belgium, 28-29 November 2007. Edited by Luc Taerwe & Dirk Proske. ISBN 978-3-00-022030-2 (In English).
- [5] Janas, P. - Krejsa, M. - Krejsa, V.: Využití naměřených hodnot při řešení úloh Přímým determinovaným pravděpodobnostním výpočtem. In *6th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings*. Sborník mezinárodní konference, edited by: Norbert Jendželovský a Alžbeta Grmanová. Slovak University of Technology in Bratislava, 18.-19.10.2007. pp.1-4 a text na CD: ISBN 978-80-227-2732-7 (In Czech).
- [6] Janas, P. - Krejsa, M.: Pravděpodobnostní výpočet únosnosti a pružné deformační energie důlní obloukové výztuže. In *Modelování v mechanice 2007*. Ostrava, 2007. pp 41-42 a text na CD. ISBN 978-80-248-1330-1 (In Czech).
- [7] Randýsková, L. - Janas, P.: Pravděpodobnostní výpočty metodou PDPV se závislými náhodnými veličinami, Bratislava 2007.
- [8] Janas, P. - Krejsa, M. - Krejsa, V.: Structural Reliability Assessment Using Direct Determined Fully Probabilistic Calculation. In *International ASRANet Colloquium*. Glasgow, UK, 2006. ISBN 0-9553550-0-1 / 978-0-9553550-0-4 (In English). pp 8 and text on CD. ISBN 0-9553550-0-1 / 978-0-9553550-0-4.
- [9] Janas, P. - Krejsa, M. - Krejsa, V.: Aplikace přímého determinovaného pravděpodobnostního výpočtu v programu ProbCalc. In *Sborník abstraktů VII. konference s mezinárodní účastí „Staticko-konstrukční a stavebno-fyzikální problémy stavebních konstrukcí“*, str. 31 a 32, 23. - 25. 11. 2005, Štrbské Pleso ISBN 80-7099-742-7, CD s příspěvky: ISBN 80-8073-404-6 (In Czech).

- [10] Janas, P. - Krejsa, M.: Analýza optimalizačních kroků přímého determinovaného pravděpodobnostního výpočtu a jejich využití při posuzování spolehlivosti konstrukce. In *III. mezinárodní konference „Nové trendy v statice a dynamice stavebních konstrukcí“*, 21.-22. októb-
ra 2004, str. 247 až 254, Stavební fakulta STU v Bratislave, ISBN: 80-227-2116-6 (In Czech).
- [11] Janas, P. - Krejsa, M.: Pravděpodobnostní posudek spolehlivosti obloukové výztuže dlouhých
důlních děl. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava*,
číslo 1, rok 2003, ročník III, řada stavební, str.45-55 (11 stran), ISBN: 80-248-0572-3, ISSN
1213-1962 (In Czech).
- [12] Janas, P. - Krejsa, M.: Příklad využití přímého determinovaného pravděpodobnostního řešení
v metodě SBRA. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ost-
rava*, číslo 1, rok 2003, ročník III, řada stavební, str.57-62 (6 stran), ISBN: 80-248-0572-3,
ISSN 1213-1962 (In Czech).
- [13] TeReCo: Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation - 2nd edition,
Background, Exercises and Software, Ed.: Marek, P., Brozzetti, J., Guštar, M., Tikalsky, P.,
ÚTAM AV ČR, Praha 2003, ISBN 80-86246-19-1, Chapter no.24.5: An Example. Using a Di-
rect Determined Probabilistic Solution in the Framework of SBRA Method (P. Janas, M. Krej-
sa), on CD, p.26 – 36, 11 pages (In English).
- [14] Janas, P. - Krejsa, M.: Pravděpodobnostní přístup k hodnocení drátkobetonových směsí. In
*Sborník referátů Mezinárodního symposia „Fibre Concrete and High Performance Concrete
2003“* (editoři Cigánek, J., Kurka, F.), str.211-217, 24.-26.9.2003, hotel Petr Bezruč v Male-
novicích, Beskydy, ISBN: 80-86604-08-X (In Czech).
- [15] Janas, P. - Krejsa, M. - Kološ, I.: Pravděpodobnostní posudek spolehlivosti konstrukce namá-
hané nárazem. In *Sborník příspěvků 2.mezinárodní konference Dynamics of Civil Engineering
and Transport Structures and Wind Engineering*, str.101-104, 19.-22.května 2003, Tale, hotel
Stupka, Slovensko, ISBN 80-8070-066-4 (In Czech).
- [16] Janas, P. - Krejsa, M.: Simulace spolehlivosti konstrukcí přímým pravděpodobnostním vý-
počtem. In *Proceedings of international conference: „New trends in statics and dynamics of
buildings“*, 24.-25.10.2002, Slovak university of technology in Bratislava, Faculty of civil en-
gineering, edited by J.Králik, ISBN 80-227-1790-8 (In Czech).
- [17] Janas, P. - Krejsa, M.: Numerický výpočet pravděpodobnosti užitím useknutých histogramů
při posuzování spolehlivosti konstrukcí. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské –
Technické univerzity Ostrava*, číslo 1, rok 2002, ročník II, řada stavební, str.47-58 (12 stran),
ISBN: 80-248-0397-6, ISSN 1213-1962 (In Czech).
- [18] Janas, P. - Krejsa, M.: Numerický výpočet pravděpodobnosti užitím useknutých histogramů.
In *III. ročník celostátní konference Spolehlivost konstrukcí* na téma: Cesty k uplatnění pravdě-
podobnostního posudku bezpečnosti, provozuschopnosti a trvanlivosti konstrukcí
v normativních předpisech a v projekční praxi, 10.4.2002 Dům techniky Ostrava, ISBN 80-02-
01489-8 (In Czech).
- [19] Marek, P., Guštar, M., Anagnos, T.: *Simulation-Based Reliability Assessment for Structural
Engineers*, CRC Press Inc., Boca Raton, 1995, ISBN 0-8493-8286-6.
- [20] Králik, J.: Porovnanie efektívnosti pravdepodobnostných metód na riešenie spoľahlivosti kon-
štrukcií v MKP. In *IX. celostátná konference se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“*,
14. a 15. dubna 2008 Praha, ISBN 978-80-02-02007-3.

Oponentní posudek vypracoval: Doc. Ing. Juraj Králik, Ph.D.